

Recuperatorio: Álgebra lineal 19/11/15

Tema 1

Apellido y Nombre:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Considere la rotación τ que intercambie los planos $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y - z = 0\}$ y $Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$

- (a) Hallar la matriz asociada a τ .
- (b) Hallar el eje y el ángulo de rotación

2. Hallar la forma normal afín de la siguiente función cuadrática

$$F(x, y, z) = -3(x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + xz + yz) + x + y + z + 1$$

¿Cuál es el mayor valor alcanzado por la misma?

3. Sea $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ la transformación lineal dada por

$$f(x, y, z, t) = (x + 2y + t, y + z + t, x - 2z - t, -y - z - t, x + y - z)$$

- (a) Hallar un sistema de ecuaciones de $(\text{Im}(f))^\perp$
- (b) Dar una base y dimensión de $(\text{Im}(f))^\perp$

4. Considere el conjunto $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x + 2y + z = 0\}$

- (a) Demuestre que S es un subespacio.
- (b) Sea la matriz A tal que las columnas de A sean la base de S . Hallar su descomposición QR .
- (c) Hallar la matriz asociada a R_S (reflexión respecto a S)
- (d) Hallar $R_S(1, 0, 1)$ y $R_S(2, 3, 0)$
- (e) Hallar el ángulo entre $v = (0, 1, 0)$ y S

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación definida por $T(x, y, z) = (x - y, y - z, z - x)$

- (a) Demostrar que T es lineal
- (b) Sea $B = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, -1, 1)\}$, hallar $[T]_B$
- (c) Decidir si T es diagonalizable.

Recuperatorio: Álgebra lineal 19/11/15

Tema 2

Apellido y Nombre:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Considere la rotación τ que intercambie los planos $P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$ y $Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$

- (a) Hallar la matriz asociada a τ .
- (b) Hallar el eje y el ángulo de rotación

2. Hallar la forma normal afín de la siguiente función cuadrática

$$F(x, y, z) = -3(x^2 + z^2) - 2y^2 + 2(xy + yz) + x + z + 1$$

¿Cuál es el mayor valor alcanzado por la misma?

3. Sea $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^5$ la transformación lineal dada por

$$f(x, y, z, t) = (x + y + 2t, y - z + t, x + 2z + t, y - z - t, x + y + z)$$

- (a) Hallar un sistema de ecuaciones de $(\text{Im}(f))^\perp$
- (b) Dar una base y dimensión de $(\text{Im}(f))^\perp$

4. Considere el conjunto $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$

- (a) Demuestre que S es un subespacio.
- (b) Sea la matriz A tal que las columnas de A sean la base de S . Hallar su descomposición QR .
- (c) Hallar la matriz asociada a R_S (reflexión respecto a S)
- (d) Hallar $R_S(1, 0, 1)$ y $R_S(1, 2, 2)$
- (e) Hallar el ángulo entre $v = (0, -1, 0)$ y S

5. Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación definida por $T(x, y, z) = (x - z, y - x, z - y)$

- (a) Demostrar que T es lineal
- (b) Sea $B = \{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, -1, 1)\}$, hallar $[T]_B$
- (c) Decidir si T es diagonalizable.