Parcial: Álgebra lineal 5/11/15 Tema 1

Apellido y Nombre:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ una transformación lineal dada por $T(x, y, z) = (x + y, x + y, y + z, y + z)$
   - (a) Hallar ecuaciones y generadores del $Nu(T)$
   - (b) Hallar $\dim(\mathrm{Im}(T))$
   - (c) Hallar una base de $(\mathrm{Im}(T))^{\perp}$

2. Sea $B = \{(1, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y $t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal dada por la matriz

$$[t]_{BC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Justificar si es o no diagonalizable la transformación.

3. Sea S el subespacio definido por $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\right\}$ y sea $t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la reflexión respecto a S
   - (a) Hallar una matriz asociada a la transformación t
   - (b) Dar las coordenadas cartesianas (expresión vectorial) de t

4. Dadas las siguientes variedades, $S = \langle(1, 1, -1)\rangle$ y $T = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\right\}$
   - (a) Hallar P_T (Proyección respecto de T)
   - (b) Hallar el ángulo entre S y T

5. Dados los subespacios

$$\begin{aligned} S_1 &= \{(x, y, z, t) : x + y - z - t = 0\} \\ S_2 &= \{(x, y, z, t) : x - y + z - t = 0\} \end{aligned}$$

   - (a) Hallar la dimensión de $S_1 + S_2$
   - (b) Decidir si $v = (1, 2, 3, 2)$ pertenece a $S_1 + S_2$.

Parcial: Álgebra lineal 5/11/15 Tema 2

Apellido y Nombre:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Sea $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^4$ una transformación lineal dada por $T\left(x,y,z\right)=\left(x-y,x-y,y+z,y+z\right)$

   (a) Hallar ecuaciones y generadores del $Nu\left(T\right)$

   (b) Hallar $\dim\left(\operatorname{Im}\left(T\right)\right)$

   (c) Hallar una base de $\left(\operatorname{Im}\left(T\right)\right)^{\perp}$

2. Sea $B=\left\{\left(1,-1,1\right),\left(1,-1,0\right),\left(0,-1,1\right)\right\}$ una base de $\mathbb{R}^3$ y $t:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ una transformación lineal dada por la matriz

$$[t]_{BC}=\begin{bmatrix}1&0&1\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$$

   Justificar si es o no diagonalizable la transformación.

3. Sea S el subespacio definido por $S=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:-x+y-2z=0\right\}$ y sea $t:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la reflexión respecto a S

   (a) Hallar una matriz asociada a la transformación t

   (b) Dar las coordenadas cartesianas (expresión vectorial) de t

4. Dadas las siguientes variedades, $S=\langle(1,-1,1)\rangle$ y $T=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:x+y+z=0\right\}$

   (a) Hallar P_T (Proyección respecto de T)

   (b) Hallar el ángulo entre S y T

5. Dados los subespacios

$$\begin{aligned}S_1&=\{(x,y,z,t):-x-y+z+t=0\}\\S_2&=\{(x,y,z,t):-x+y-z+t=0\}\end{aligned}$$

   (a) Hallar la dimensión de S_1+S_2

   (b) Decidir si $v=(1,-2,1,2)$ pertenece a S_1+S_2.