

Final: Álgebra lineal 07/03/16

Apellido y Nombre:

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1. Hallar el área del triángulo en \mathbb{R}^4 cuyos vértices son $(1, 2, 1, 1)$, $(1, 1, 0, 1)$ y $(1, 0, 1, 1)$
2. Encontrar la rotación σ de \mathbb{R}^3 que intercambie los planos $P = \{x - y + z = 0$ y $Q = \{x + y - z = 0$.
 - (a) Hallar la matriz de la transformación.
 - (b) Indicar eje y ángulo de rotación de σ .
 - (c) Dar las expresiones cartesianas de la misma.
3. Encontrar la forma normal afín de la siguiente función cuadrática:

$$F(x, y, z, t) = 2(xy - yz - zt + tx) + 2(x - y - z - t) - 1$$

4. Dada la transformación lineal $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definida por

$$f(x, y, z, t) = (y + t, -x + 2y + 2t, -x + y - 2t, -x + y - z + 2t)$$

- (a) Hallar, si existe una base de \mathbb{R}^4 tal que la matriz asociada a la transformación lineal, sea diagonal.
 - (b) Sea $B = \{(1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (1, 0, 0, -1), (0, 1, 0, -1)\}$ una base de \mathbb{R}^4 . Hallar $[f]_B$
 - (c) Encontrar un sistema de ecuaciones que determine el complemento ortogonal de la imagen de f .
5. Sea n un número impar y $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ una matriz antisimétrica. Probar que $\det(A) = 0$.