Nombre y Apellido:

PACENI ALGEBRA LINEAL 2016: SEGUNDO PARCIAL

1. Sea $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación definida por

   $f(x, y, z, t) = (x + y + z + t, 2x + 2y + z + t, 2x + 2y)$

   (a) Probar que f es una transformación lineal.

   (b) Hallar una base para cada uno de los subespacios $\mathrm{Im}(f)$ y $Nu(f)^{\perp}$.

2 Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal definida por

   $f(x, y, z) = (x - y + z, -x + y + z, 2z)$

   (a) Hallar $[f]_B$ para la siguiente base de $\mathbb{R}^3$; $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$.

   (b) Usar $[f]_B$ para hallar $t(v)$ para $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   (c) Decidir si f es diagonalizable. En caso afirmativo hallar una base E de $\mathbb{R}^3$ donde $[f]_E$ es una matriz diagonal.

3 Sean M y N variedades de $\mathbb{R}^4$ definidas por

   $M = \{x + y + z + t = 1\}$ y $N = \{x - y - z - t = 2\}$

   (a) Hallar la distancia entre M y N.

   (b) Hallar el ángulo entre M y N.

4 Sean S y T subespacios de $\mathbb{R}^3$ tales que

   $S = < \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} >$ y $T = < \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} >$

   Sean f y g transformaciones lineales definidas por $f = proy_S$ y $g = R_T$. Hallar $[g \circ f]_C$

5 Obtener la Forma Normal Afín de la siguiente función cuadrática:

   $F(x, y, z) = 9x^2 + y^2 + z^2 - 6xy + 6xz - 2yz + 10x + 8y - 5$