

Nombre y Apellido:

PACENI ALGEBRA LINEAL 2016: PRIMER PARCIAL

1. Sea el plano π_1 en \mathbb{R}^3 que pasa por el origen de coordenadas y es paralelo a los vectores $v = (1, 1, 1)$ y $w = (2, 1, 1)$
 - a) Determinar ecuación paramétrica de la recta ortogonal a π que pasa por el punto $P = (2, 1, 2)$
 - b) Sea el plano $\pi_2 : x_1 - x_2 - 3x_3 = 4$. Decidir y justificar si existe intersección entre los planos π_1 y π_2 . En caso afirmativo hallar ecuación paramétrica para dicha intersección.

2 Sea $S = \{x \in \mathbb{R}^3 : 2x_1 - 3x_3 = 0\}$ un conjunto de \mathbb{R}^3

- a) Probar que S es un subespacio.
 - b) Hallar el punto de S más cercano a $P = (1, 1, 1)$
- 3 Hallar los valores de k para que el sistema:

$$\begin{aligned} kx + y + z &= 2 \\ x + ky + z &= -1 \\ x + y + kz &= -1 \end{aligned}$$

- a) Tenga solución única. Justificar
- b) Tenga infinitas soluciones. Justificar
- c) No tenga solución. Justificar

4 Calcular el polinomio característico y los valores propios de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 15 & 1 & 2 \\ 32 & 27 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

5 Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$

- a) Hallar su descomposición LU.
- b) Utilizarla para resolver el sistema $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
- c) Hallar bases para los subespacios $Nu(A)$ y $Im(A)$.